



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2011  
عناصر الإجابة

9	المعامل	NR24	الرياضيات	المادة
4	مادة الإقضان		شعبة العلوم الرياضية (أ) و (ب)	الشعب (أ) أو المصلح

عناصر الإجابة و سلم التقيط

4 نقط	التمرين الأول
البرهان بالترجع .....0.5	الجزء الأول:1-
$A^{-1} = A$ .....0.5	2-
* قانون تركيب داخلي .....0.5	الجزء الثاني:1-أ)
تبادلية القانون * .....0.25 تجميعية القانون * .....0.25	ب)
العنصر المحايد : $e = a + 1$ .....0.5	ج)
مماثل $x$ هو : $x' = a + \frac{1}{x-a}$ .....0.25	2-
زمرة تبادلية $(I, *)$ .....0.25	3-أ)
$\varphi$ تقابل .....0.25 $\varphi$ تشاكل .....0.25	
حل المعادلة هو: $x = 2a$ إذا كان $a \geq 0$ و المعادلة لا تقبل حلا إذا كان $a < 0$ .....0.5	ب)

2.5 نقطة	التمرين الثاني
قابلية قسمة العدد $N$ على 11 .....0.25	1-
التحقق من أن 2011 عدد أولي .....0.5	2-أ)
التحقق من أن $10^{2010} - 1 = 9N$ .....0.25	
حسب ميرهنة فيرما : 2011 يقسم العدد $10^{2010} - 1$ .....0.5	ب)
الإستنتاج باستعمال ميرهنة كوص .....0.5	ج)
نلاحظ أن: $22121 = 11 \times 2011$ وأن 2011 و 11 عددين أوليين فيما بينها .....0.5	3-
3.5 نقطة	التمرين الثالث
التحقق .....0.5	الجزء الأول:1-
التكافؤ .....0.5	2-أ)
قيمتي $m$ هما : $\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right)$ و $\left(\frac{2-\sqrt{2}}{2}\right) + i\left(\frac{2+\sqrt{2}}{2}\right)$ .....0.25	ب)
.....0.25	الجزء الثاني:1-أ)
.....0.25	ب)

$\frac{z'' - 2}{z' - 2} = -i$ 0.25.....	(أ-2)
$AM'M''$ متساوي الساقين و قائم الزاوية في A ..... 0.25 (تمنح النقطة كاملة حتى ولو لم يتطرق المترشح للحالات الخاصة) المستقيم الذي معادلته: $x = 1$ ..... 0.5	(ب)

6.5 نقطة	التمرين الرابع
	الجزء الأول
$e^x = x^n \Leftrightarrow n = f(x)$ ..... 0.25	-1
قابلية اشتقاق الدالة $f$ على اليمين في 0 ..... 0.5	-2
لكل نهاية من النهايات الأربعة ..... 0.25 لكل تأويل من التأويلين ..... 0.25	-3
حساب $f'(x)$ ..... 0.25 تغيرات $f$ ..... 0.25 جدول تغيرات $f$ ..... 0.25	-4
زوج إحداثيتي نقطة الانعطاف ..... 0.5 $\left(e^2; \frac{e^2}{2}\right)$	-5
إنشاء المنحنى ..... 0.5	-6
وجود و وحدانية $a_n$ و $1 < a_n < e$ ..... 0.25 وجود و وحدانية $b_n$ و $b_n > e$ ..... 0.25	-7
	الجزء الثاني
$(\forall n \geq 3) b_n \geq n$ ..... 0.25 $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = +\infty$ ..... 0.25	-1
المتتالية $(a_n)_{n \geq 3}$ تناقصية ..... 0.25 استنتاج تقارب $(a_n)_{n \geq 3}$ ..... 0.25	(أ-2)
تأطير: $\ln(a_n)$ ..... 0.25 استنتاج أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 1$ ..... 0.25	(ب)
استنتاج أن: $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n^n = e$ ..... 0.5	(ج)

التمرين الخامس	3.5 نقطة
(أ-1)	تأطير $F(x)$ ..... 0.5ن
(ب)	0.25..... $(\forall x \geq 1) e^{-x^2} \leq e^{-x}$ استنتاج أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$ ..... 0.25ن
-2	قابلية اشتقاق الدالة $F$ ..... 0.25ن حساب $F'(x)$ ..... 0.25ن
(أ-3)	اتصال الدالة $G$ على اليسار في $\frac{\pi}{2}$ ..... 0.25ن تقبل جميع الحلول الصحيحة: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \tan x = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x) = 0$ إذن ..... أو من أجل $\frac{\pi}{4} \leq x < \frac{\pi}{2}$ لدينا: $0 \leq G(x) = F(\tan x) \leq \tan(x)e^{-\tan x}$ إذن ..... أو أية طريقة صحيحة أخرى
(ب)	- تطبيق مبرهنة رول : وجود $c_1 \in ]0, \frac{\pi}{2}[$ بحيث $G'(c_1) = (1 + \tan^2(c_1))F'(\tan c_1) = 0$ ..... 0.25ن - وجود $c \in ]0, +\infty[$ بحيث $F'(c) = 0$ ( $c = \tan c_1$ ) ..... 0.25ن - $F(c) = \frac{e^{-2c^2}}{2c}$ ..... 0.25ن
(أ-4)	الدالة $H$ قابلة للاشتقاق على $]0, +\infty[$ و $H'(x) = -\left(2 + \frac{1}{2x^2}\right)e^{-x^2} < 0$ ..... 0.5ن
(ب)	الدالة $H$ تقابل (متصلة و رتيبة قطعاً) و $H(c) = 0$ ومنه وحدانية العدد $c$ ..... 0.25ن جدول تغيرات الدالة $F$ ..... 0.25ن