



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2012
عناصر الإجابة



وزارة التربية والتعليم
المركز الوطني للقياس والتقويم

5	المعامل	NR27	الفيزياء والكيمياء	المادة
3	مدة الإجابة		شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكها	التخصصات أو المسلك

الكيمياء (7 نقط)

التعريف	السؤال	عناصر الإجابة	سلم التقطيع	مراجع السؤال في الإطار المرجعي
الكيمياء (7 نقط)	1.1	$\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{CO}_2^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$	0.5	- كتابة المعادلة الممنهجة للتحويل لحمض - قاعدة وتعرف المزدوجتين المتخلفتين في التفاعل
	2.1	إنشاء الجدول الوصفي لتقدم التفاعل	0.75	- إنشاء الجدول الوصفي لتقدم التفاعل واستغلاله
	3.1	التوصل إلى $x_{\text{aq}} = V \cdot 10^{-\text{pH}}$	0.5	
		$x_{\text{aq}} \approx 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$	0.25	
	4.1	الاستدلال	0.5	- إعطاء التعبير الحرفي لخارج التفاعل $Q_{\text{r,eq}}$ انطلاقاً من معادلة التفاعل واستغلاله
		4.1	$\text{pK}_A = -\log Q_{\text{r,eq}}$ + التحقق من قيمة pK_A	2x0.25
	5.1	النوع المهيمن $\text{CH}_3\text{CO}_2^-(\text{aq})$ + التعليل	2x0,25	- تعيين النوع المهيمن، انطلاقاً من معرفة pH المحلول المائي و pK_A المزدوجة (قاعدة / حمض)
1.2	$\text{CH}_3\text{CO}_2\text{H}(\text{aq}) + \text{HO}^-(\text{aq}) \rightarrow \text{CH}_3\text{CO}_2^-(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l})$	0.5	- كتابة المعادلة الممنهجة للتحويل لحمض - قاعدة وتعرف المزدوجتين المتخلفتين في التفاعل	

- معلمة التكافؤ خلال معايرة حمض - قاعدة واستغلاله	2x0.25	الطريقة + $C_A = 10^{-1} \text{ mol/L}$	2.2
	0.25+0.5	الطريقة + قيمة درجة الحمضية هي (6°)	3.2
	0.25	القيمة المحصل عليها تجريبيا مساوية للقيمة المسجلة على قنينة الخل التجاري	
- إيجاد صيغتي الحمض الكربوكسيلي والكحول الموافقتين انطلاقا من الصيغة نصف المنشورة للإستر	2x0.25	الصيغة نصف المنشورة لكل من الإستر والكحول	1.3
- معرفة أن $Q_{\text{réq}}$ خارج التفاعل لمجموعة في حالة توازن يأخذ قيمة لا تتعلق بالتركيز تسمى ثابتة التوازن K الموافقة لمعادلة التفاعل - تحديد تركيب الخليط عند لحظة معينة	1	التوصل إلى: $n_{\text{aq}}(\text{acide}) = n_{\text{aq}}(\text{alcool}) = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ $n_{\text{aq}}(\text{ester}) = n_{\text{aq}}(\text{eau}) = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$	2.3

الفيزياء (13 نقطة)

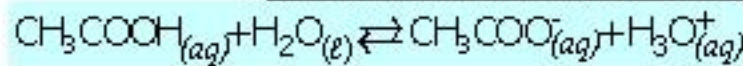
التمرين	سؤال	عناصر الإجابة	سلم التقييم	مرجع السؤال في الأظفار المرجعي	
التمرين 1 (2,5 نقطة)	1.1	موجة طولية	0.5	- تعرف الموجة الطولية والموجة المستعرضة	
	2.1	المدلول الفيزيائي للمقدار τ	0.5	- استغلال وثائق تجريبية ومعطيات لتحديد: ◀ المسافة ◀ التأخر الزمني ◀ سرعة الانتشار	
	3.1	التعبير + $V_{\text{m}} = 340 \text{ m/s}^2$	2x0.25		
	4.1	الجواب الصحيح هو (أ)	0.25	- تعريف الموجة المتوالية أحادية البعد، ومعرفة العلاقة بين استعطالة نقطة من وسط الانتشار واستعطالة المنبع $y_M(t) = y_S(t-\tau)$	
	2.	جودة الخرسانة ممتازة	الطريقة + $V = 6 \cdot 10^3 \text{ m/s}^2$	2x0.25	- استغلال العلاقة بين التأخر الزمني والمسافة وسرعة الانتشار
				0.25	

مرجع السؤال في الإطار المرجعي	سلم التقييم	عناصر الإجابة
- تحديد تغيرات التوتر u_L (الاستجابة) بين مربطي وش خضوع ثنائي القطب RL لرتبة توتر	2x0.25	نظام انتقالي ؛ نظام دائم
- إثبات المعادلة التفاضلية والتحقق من حلها عندما يكون RL خاضعا لرتبة توتر	0.5	إثبات المعادلة التفاضلية
- معرفة واستغلال تعبير ثابتة الزمن - استعمال معادلة الأبعاد	2x0.5	التوصل إلى: $A = \frac{E}{R+r}$ و $\tau = \frac{L}{R+r}$
- استغلال وثائق تجريبية لـ: « تعرف التوترات الملاحظة؛ « إبراز تأثير R و L على استجابة ثنائي الت « تعيين ثابتة الزمن.	0.25	الاستدلال
- إثبات المعادلة التفاضلية والتحقق من حلها عندما يكون RC خاضعا لرتبة توتر	2x0.25	$\tau_2 \approx 1,4 \text{ ms}$ ؛ $\tau_1 \approx 2 \text{ ms}$
- استغلال وثائق تجريبية لـ: « تعرف التوترات الملاحظة؛ « إبراز تأثير R و C على عمليتي الشحن « تعيين ثابتة الزمن.	0.5	الاستدلال
- إثبات المعادلة التفاضلية والتحقق من حلها عندما يكون RC خاضعا لرتبة توتر	0.5	إثبات المعادلة التفاضلية
- استغلال وثائق تجريبية لـ: « تعرف التوترات الملاحظة؛ « إبراز تأثير R و C على عمليتي الشحن « تعيين ثابتة الزمن.	3x0.25	$\varphi = 0$ ؛ $T_0 = 60 \mu\text{s}$ ؛ $U_m = 6 \text{ V}$
- معرفة واستغلال تعبير الدور الخاص	2x0.25	الطريقة ؛ $C = 4,5 \cdot 10^{-9} \text{ F}$
	0.5	الاستدلال

مراجع السؤال في الإطار المرجعي	سلم التقييم	عناصر الإجابة
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن لإثبات المعادلة التفاضلية قصور جسم صلب على مستوى أفقي أو مائل وتحديد التحريكية والحركية المميزة للحركة	0.5	إثبات المعادلة التفاضلية: $\frac{d^2x_G}{dt^2} = g \cdot \sin \alpha$
- معرفة واستغلال مميزات الحركة المستقيمة المتغيرة ومعادلاتها الزمنية	2x0.25	حركة G مستقيمة متغيرة بانتظام ؛ التعليل
- استغلال مخطط السرعة $V_G = f(t)$	0.25	$a_G = 5 \text{ m.s}^{-2}$
- معرفة واستغلال مميزات الحركة المستقيمة المتغيرة ومعادلاتها الزمنية	2x0.25	الطريقة ؛ $t = 2 \text{ s}$
	0.75	التوصل إلى: $y_G = \frac{1}{2} g \cdot t^2$ ؛ $x_G = V_D \cdot t$
- تطبيق القانون الثاني لنيوتن على قذيفة:	0.5	التوصل إلى: $y_G = \frac{g}{2 \cdot V_D^2} \cdot x_G^2$
◀ لإثبات المعادلات التفاضلية للحركة؛	0.25	التحقق من قيمة t_1
◀ لاستنتاج المعادلات الزمنية للحركة واستغلالها	0.25+0.5	الطريقة ؛ $V_1 \approx 12,5 \text{ ms}^{-1}$
◀ لإيجاد معادلة المسار، وقمة المسار والمدى	2x0.25	$x_1 = 6,6 \text{ m}$ ؛ $x_1 = V_D \cdot t_1$
	2x0.25	لا تتغير قيمة x_1 ؛ التعليل: قيمة x_1 لا تتعلق بالكتلة لأن $x_1 = V_D \sqrt{\frac{2h}{g}}$

1 دراسة محلول مائي لحمض الإيثانويك

1.1 - المعادلة الكيميائية لتفاعل حمض الإيثانويك مع الماء



2.1 - الجدول الوصفي لتقدم التفاعل

$\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} + \text{H}_2\text{O}_{(l)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)} + \text{H}_3\text{O}^+_{(aq)}$				معادلة التفاعل
cV	فائض	0	0	كمية المادة في الحالة البدئية t = 0 (mol)
cV - x	فائض	x	x	كمية المادة خلال التحول (mol)
cV - x _{éq}	فائض	x _{éq}	x _{éq}	كمية المادة في الحالة النهائية (حالة التوازن الكيميائي) (mol)

3.1 - تعبر تقدم التفاعل عند حالة التوازن الكيميائي

حسب الجدول الوصفي كمية المادة لأيونات الأكسنيوم الناتجة عند حالة التوازن هي $x_{\text{éq}} = n_{\text{éq}}(\text{H}_3\text{O}^+)$

نستنتج : $x_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} \cdot V$

ثم باعتبار علاقة تعريف الـ pH : $[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = 10^{-\text{pH}}$

نستنتج : $x_{\text{éq}} = V \cdot 10^{-\text{pH}}$

ب.ع. $x_{\text{éq}} = 1,0 \times 10^{-2,9} = 1,26 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$

4.1 - تعبر خارج التفاعل عند حالة التوازن وقيمة pK

تعبير خارج التفاعل عند حالة التوازن هو : $Q_{r,\text{éq}} = \frac{[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}}}$

و حسب جدول التقدم لدينا : $[\text{CH}_3\text{COO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V}$

و $[\text{CH}_3\text{COOH}]_{\text{éq}} = \frac{cV - x_{\text{éq}}}{V}$

نستنتج بالتعويض في تعبير $Q_{r,\text{éq}}$: $Q_{r,\text{éq}} = \frac{\left(\frac{x_{\text{éq}}}{V}\right)^2}{\frac{cV - x_{\text{éq}}}{V}}$ أي : $Q_{r,\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}^2}{V(cV - x_{\text{éq}})}$

ثابتة الحمضية للمزدوجة $\text{CH}_3\text{COOH}_{(aq)} / \text{CH}_3\text{COO}^-_{(aq)}$ تساوي خارج التفاعل عند حالة التوازن الكيميائي :

$$K_A = Q_{r,\text{éq}}$$

$$K_A = \frac{x_{\text{éq}}^2}{V(cV - x_{\text{éq}})}$$

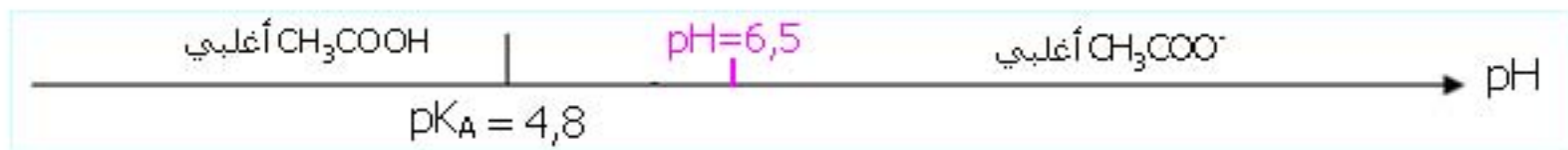
نستنتج:

$$K_A = \frac{(1,26 \cdot 10^{-3})^2}{1,0 \times (0,10 \times 1,0 - 1,26 \cdot 10^{-3})} = 1,6 \cdot 10^{-5} \quad \text{ت.ع.}$$

و علما أن $pK_A = -\log K_A$ فإن بالتالي: $pK_A \approx 4,8$

5.1 - النوع المهيمن

مناطق الهيمنة للنوعين الحمضي و القاعدي للمزدوجة $\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} / \text{CH}_3\text{COO}^{-}_{(\text{aq})}$ هي كالتالي:

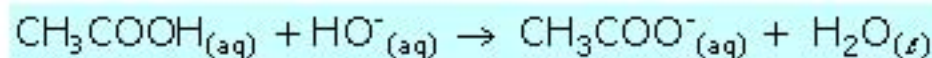


بما أن $pH > pK_A$ فإن النوع المهيمن هو النوع القاعدي: $\text{CH}_3\text{COO}^{-}$

2 - التحقق من درجة الحمضية لخل تجاري

1.2 - المعادلة الكيميائية لتفاعل المعايرة

التفاعل الحاصل خلال المعايرة هو تفاعل بين حمض المزدوجة $\text{CH}_3\text{COOH}_{(\text{aq})} / \text{CH}_3\text{COO}^{-}_{(\text{aq})}$ وقاعدة المزدوجة $\text{H}_2\text{O}_{(\text{f})} / \text{HO}^{-}_{(\text{aq})}$ ، و معادلته هي:



2.2 - التركيز المولي لحمض الإيثانويك في المحلول (S_A)

عند التكافؤ الحمضي-القاعدي تتحقق المتساوية: $n_A(\text{CH}_3\text{COOH}) = n_B(\text{HO}^{-})$

$$c_A = \frac{0,20 \times 10}{20} = 0,10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \quad \text{ت.ع.} \quad c_A = \frac{c_B \cdot V_{BE}}{V_A} \quad \text{أي: } c_A \cdot V_A = c_B \cdot V_{BE} \text{ و منها نستنتج:}$$

3.2 - درجة حمضية الخل التجاري

• كمية المادة لحمض الإيثانويك الموجودة في الحجم المعيار هي: $c_A \cdot V_A$

و في الحجم الكلي للمحلول (S_A) هي إذن: $n_A = \frac{500}{20} c_A \cdot V_A$ (تستعمل القاعدة الثلاثية)

• نستنتج كتلة حمض الإيثانويك الموجودة في 50g من الخل التجاري: $m_A = \frac{500}{20} c_A \cdot V_A \cdot M$

$$m_A = \frac{500}{20} \times 0,10 \times 20 \times 10^{-3} \times 60 = 3,0 \text{ g} \quad \text{ت.ع.}$$

و في 100g من الخل كتلة حمض الإيثانويك الموجودة هي: $m'_A = 6,0 \text{ g}$
 إذن درجة حموضة هذا الخل هي 6° : نستنتج أن القيمة المحصل عليها تجريبيا مطابقة للقيمة المسجلة على اللصيقة.

3 - تحضير إستر بنكهة الإجاص

1.3 - الصيغة نصف المنشورة لكل من الإستر و الكحول

الكحول	الإستر
$\text{CH}_3-(\text{CH}_2)_4-\text{OH}$	$\text{CH}_3-\overset{\text{O}}{\parallel}{\text{C}}-\text{O}-(\text{CH}_2)_4-\text{CH}_3$

2.3 - تركيب المجموعة الكيميائية عند حالة التوازن
 ننشئ جدول التقدم:

$\text{CH}_3\text{COOH}_{(g)} + \text{C}_5\text{H}_{11}\text{OH}_{(g)} \rightleftharpoons \text{CH}_3\text{COOC}_5\text{H}_{11(g)} + \text{H}_2\text{O}_{(g)}$				معادلة التفاعل
n_0	n_0	0	0	كميات المادة بالمول في الحالة البدئية
$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f	كميات المادة بالمول في الحالة النهائية (حالة التوازن)

خارج التفاعل في الحالة النهائية، أي حالة التوازن، هو: $Q_{req} = \frac{x_f^2}{(n_0 - x_f)^2}$ (بعد الاختزال بالحجم V)

و حيث أن $Q_{req} = K = 4$ ، نستنتج المعادلة التالية: $\frac{x_f}{n_0 - x_f} = 2$

و هي معادلة من الدرجة الأولى و حلها هو: $x_f = \frac{2}{3}n_0$

ت.ع: $x_f = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$

و بالتالي تركيب المجموعة عند حالة التوازن هو:

$0,1 - x_f = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ من الحمض	$0,1 - x_f = 3,3 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ من الكحول	$x_f = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ من الإستر	$x_f = 6,7 \cdot 10^{-2} \text{ mol}$ من الماء
---	--	--	---

1 - تحديد سرعة انتشار الموجات فوق الصوتية في الهواء

1.1 - الموجة فوق الصوتية طولية أم مستعرضة؟
الموجة فوق الصوتية موجة ميكانيكية ناتجة عن انتشار انضغاط و تمدد لهما اتجاه موازي لاتجاه الانتشار؛ فهي موجة **طولية**.

2.1 - **الممدول الفيزيائي للمقدار τ**
 τ تمثل **التأخر الزمني** و هو المدة اللازمة لكي تقطع الموجة المسافة الفاصلة بين الباعث و المستقبل.

3.1 - سرعة انتشار الموجة فوق الصوتية في الهواء

حسب تعريف سرعة الانتشار: $v_{air} = \frac{d}{\tau}$ ت.ع. $v_{air} = \frac{0,5}{1,47 \times 10^{-3}} = 340 \text{ m.s}^{-1}$

4.1 - **تعبير استطالة النقطة B المناسب**

النقطة B **تكرر** اهتزازات المصدر E **بعد** التأخر الزمني τ_B أي أن استطالة B في لحظة t هي استطالة E في اللحظة $t - \tau_B$. إذن التعبير المناسب لاستطالة B هو (أ).

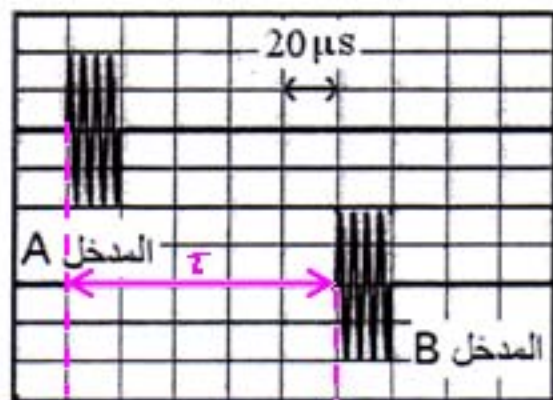
2 - فحص جودة الخرسانة بالموجات فوق الصوتية

سرعة انتشار الموجة فوق الصوتية في الخرسانة هي: $v = \frac{e}{\tau}$

ت.ع. على التسجيل نقيس التأخر الزمني: $\tau = 5 \times 20 = 100 \mu\text{s}$

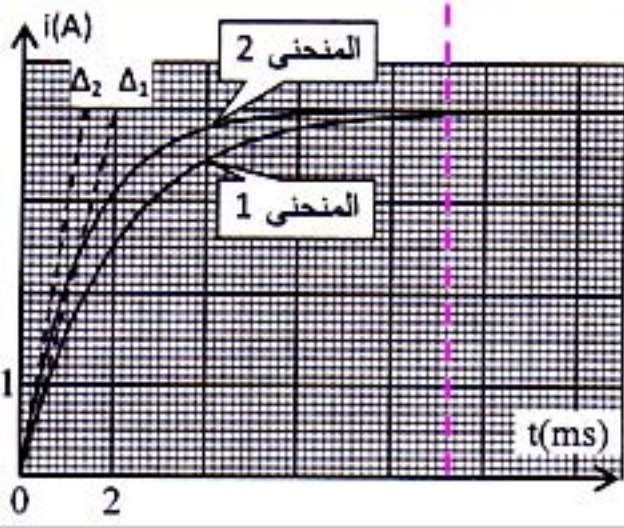
نستنتج قيمة سرعة الانتشار: $v = \frac{60 \times 10^{-2} (m)}{100 \times 10^{-6} (s)} = 6000 \text{ m.s}^{-1}$

هذه القيمة أكبر من 4000 m.s^{-1} ، نستنتج إذن أن جودة الخرسانة **ممتازة**.



1 - التحقق من تغير قيمة L بوجود فلز الحديد

نظام دائم ← نظام انتقالي



1-1 النظامان اللذان يبرزهما المنحني 1

- نظام انتقالي حيث تتزايد شدة التيار،

- و نظام دائم حيث تؤول شدة التيار إلى قيمة حدية تبقى ثابتة

2-1 المعادلة التفاضلية لشدة التيار

حسب قانون إضافية التوترات، في كل لحظة: $u_B + u_R = E$

$$\begin{cases} u_B = ri + L \frac{di}{dt} \\ u_R = Ri \end{cases} \quad \text{و باعتبار:}$$

نستنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار:

$$ri + L \frac{di}{dt} + Ri = E$$

$$\frac{L}{R+r} \frac{di}{dt} + i = \frac{E}{R+r}$$

3-1 - تعبير كل من A و τ

لنحدد تعبيريهما بالتحقق من الحل.

من تعبير شدة التيار $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ نستنتج تعبير مشتقتها:

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot A e^{-\frac{t}{\tau}}$$

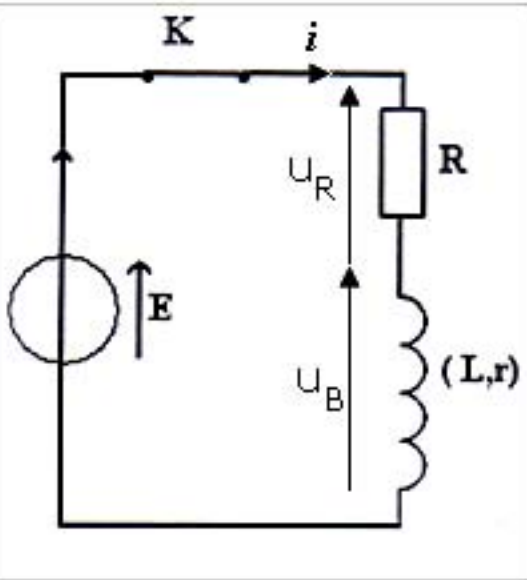
نعوض i و $\frac{di}{dt}$ بتعبيريهما في المعادلة التفاضلية:

$$\frac{L}{R+r} \cdot \frac{1}{\tau} \cdot A e^{-\frac{t}{\tau}} + A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{R+r}$$

$$A \left(\frac{1}{\tau} \cdot \frac{L}{R+r} - 1 \right) e^{-\frac{t}{\tau}} + A = \frac{E}{R+r} \quad \leftarrow$$

لكي تتحقق هذه المتساوية في كل لحظة ينبغي أن يتحقق الشرطان التاليان:

$$\tau = \frac{L}{R+r} \quad \text{أي} \quad \frac{1}{\tau} \cdot \frac{L}{R+r} - 1 = 0 \quad \text{و} \quad A = \frac{E}{R+r}$$



$$[\tau] = \frac{[L]}{[R+r]} = \frac{[L]}{[R]} \quad \text{حسب تعبير } \tau \text{ بعدها هو:}$$

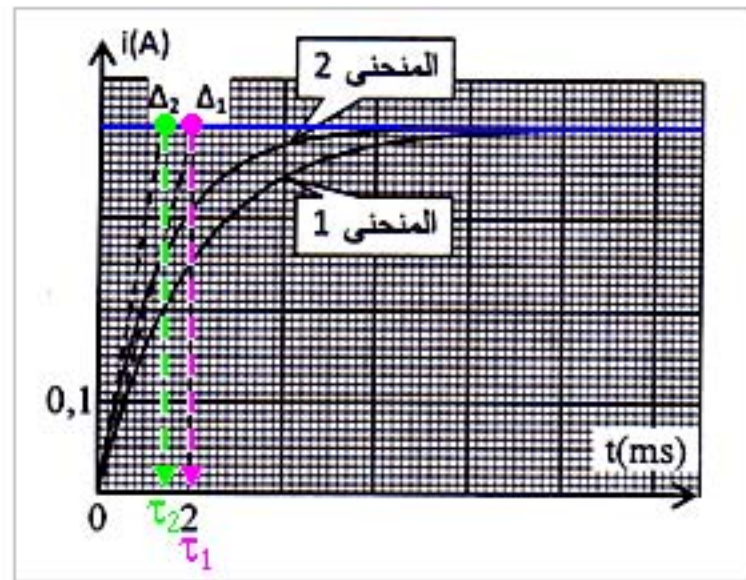
حسب العلاقتين المميزتين للوشية و الموصل الأومي $L \frac{di}{dt}$ و Ri لهما نفس البعد و هو بعد توتر إذن:

$$\left[L \frac{di}{dt} \right] = [Ri] \quad \text{أي: } [L] \frac{[di]}{[dt]} = [R] [i] \quad \text{و منها نستنتج: } \left[\frac{L}{R} \right] = [t] \quad \text{أي: } [\tau] = [t]$$

لثابتة τ بعد زمن، و لذلك تسمى ثابتة الزمن.

5.1 - القيمتان τ_1 و τ_2 لثابتة الزمن

قيمة ثابتة الزمن هي أفصول نقطة تقاطع المماس عند الأصل مع المقارب للمنحنى:



نجد مبيانيا: $\tau_1 = 2 \text{ ms}$ و $\tau_2 = 1,4 \text{ ms}$

6.1 - تغير قيمة L

$$\begin{cases} \tau_1 = \frac{L_1}{R+r} \\ \tau_2 = \frac{L_2}{R+r} \end{cases} \quad \text{حسب تعبير } \tau \text{ و بما أن مقاومة الدارة ثابتة، لدينا:}$$

و حسب نتائج السؤال السابق: $\tau_1 > \tau_2$

نستنتج أن: $L_1 > L_2$

ما يعني أن قيمة معامل التحريض للوشية يرتفع بوجود فلز الحديد.

2- التحقق من نوعية فلز

1.2 - المعادلة التفاضلية للتوتر u_C

حسب قانون إضافية التوترات، في كل لحظة: $u_L + u_C = 0$

و باعتبار: $u_L = L_0 \frac{di}{dt}$ و $i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$ أي: $u_L = L_0 C \frac{d^2 u_C}{dt^2}$

نستنتج المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف:

$$L_0 C \frac{d^2 u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

$$\frac{d^2 u_C}{dt^2} + \frac{1}{L_0 C} u_C = 0$$

2.2 - أ- المقادير المميزة لتذبذبات الدارة

• على الرسم التذبذبي نقيس:

- وسع التذبذبات و يساوي القيمة القصوى للتوتر u_C : $U_m = 6 V$

- الدور الخاص للتذبذبات: $T_0 = 60 \mu s$

• حسب المعادلة الزمنية: $u_C(t=0) = U_m \cos \varphi$

نستنتج: $\cos \varphi = \frac{u_C(t=0)}{U_m}$

و مبيانيا: $u_C(t=0) = U_m$ نستنتج: $\cos \varphi = 1$ أي: $\varphi = 0$

ب- سعة المكثف

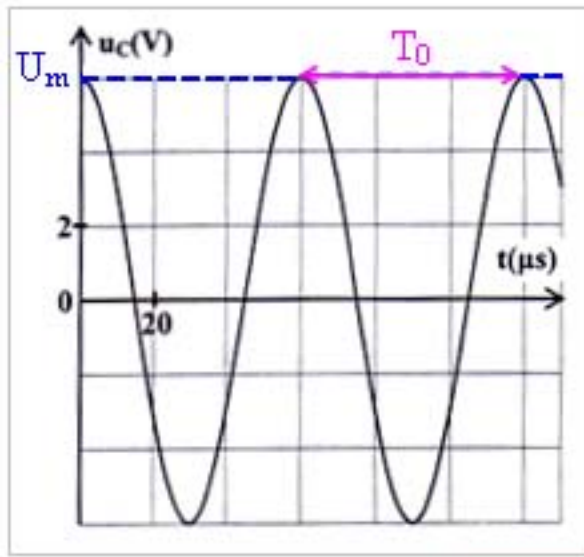
تعبير الدور الخاص للدارة هو: $T_0 = 2\pi \sqrt{L_0 C}$ و منه نستنتج: $C = \frac{T_0^2}{4\pi^2 L_0}$

ت.ع. $C = \frac{(60 \times 10^{-6})^2}{4\pi^2 \times 20 \times 10^{-3}} = 4,5 \cdot 10^{-9} F$ (أي $C = 4,5 nF$)

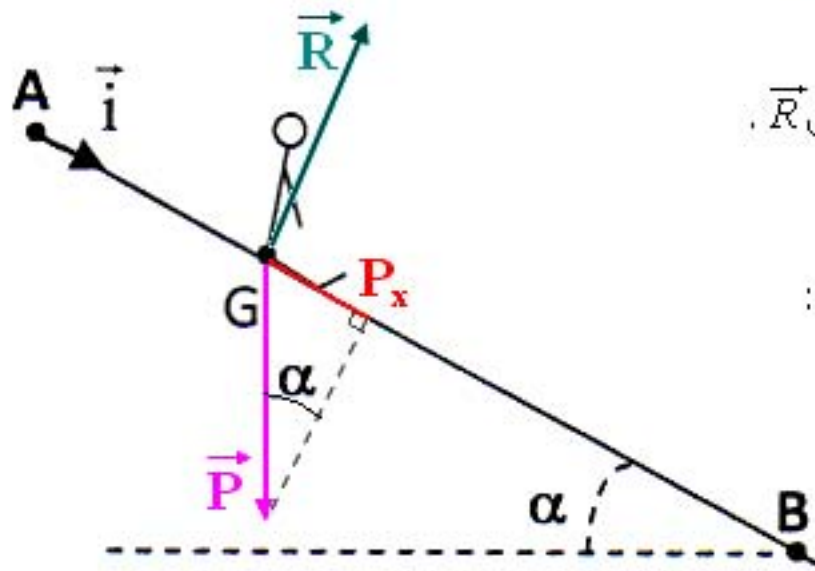
3.2 - التحقق من نوع الفلز

التردد الخاص للدارة هو: $N_0 = \frac{1}{T_0} = \frac{1}{60 \times 10^{-6}} = 1,6 \cdot 10^4 Hz = 16 kHz$

نلاحظ أن: $N > N_0$ يعني: $L < L_0$ ما يعني أن القطعة الفلزية هي من الذهب (قد تكون من فلز آخر).



1 دراسة حركة مركز القصور للطفل على المسار AB



1.1 - تسارع G وطبيعة حركته

• جرد القوى المطبقة على الطفل:

يخضع الطفل لقوتين هما وزنه \vec{P} وتأثير سطح التماس \vec{R} .

• تطبيق القانون 2 لنيوتن:

$$\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

نسقط العلاقة الأساسية للديناميك في المعلم (A, i) :

$$P_x + R_x = m a_x$$

$$+ m g \sin \alpha + 0 = m \frac{d^2 x_G}{dt^2} \leftarrow$$

$$\frac{d^2 x_G}{dt^2} = g \sin \alpha \leftarrow$$

تسارع G ثابت: نستنتج أن حركته مستقيمة متغيرة بانتظام.

2.1 - أ- قيمة التسارع

باعتبار أن $a_G = \frac{dv_G}{dt}$ فإن a_G تمثل ميل المستقيم الذي يمثل مخطط السرعة:

$$a_G = \frac{dv_G}{dt} = \frac{\Delta v_G}{\Delta t} = \frac{1-0}{0,2-0} = 5 \text{ m.s}^{-2}$$

ب- المدة الزمنية المستغرقة لقطع المسافة AB

بما أن حركة G مستقيمة متغيرة بانتظام فإن معادلتها الزمنية هي: $x = \frac{1}{2} a t^2 + v_0 t + x_0$

باعتبار الشروط البدئية: $x_0 = x_A = 0$ و $v_0 = v_A = 0$

$$x = \frac{5}{2} t^2 \quad \text{نستنتج:}$$

تتحقق هذه المعادلة في كل نقطة من المسار AB و على الخصوص في B: $x_B = \frac{5}{2} t_B^2$ مع $x_B = AB$

$$t_B = \sqrt{\frac{2AB}{5}} \quad \text{نستنتج المدة الزمنية } t_B \text{ المستغرقة لقطع المسافة AB:}$$

$$t_B = \sqrt{\frac{2 \times 10}{5}} = 2 \text{ s} \quad \text{ت.ع.}$$

2 دراسة حركة G في مجال الثقالة المنتظم

1.2 - معادلات الحركة

• جرد القوى المطبقة على الطفل:

باعتبار سقوطه حرا يخضع الطفل لوزنه \vec{P} فقط.

• تطبيق القانون 2 لنيوتن: $\vec{P} = m \cdot \vec{a}_G$ أي: $\vec{a}_G = \vec{g}$

• الإسقاط في معلم الفضاء:

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \end{cases} \quad \text{و باعتبار أن:} \quad \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = +g \end{cases} \quad \text{إحداثيات } \vec{a}_G \text{ في المعلم } (D, \vec{i}, \vec{j}) \text{ هي:}$$

نستنتج بالتكامل معادلتنا السرعة: $\begin{cases} v_x = K_1 \\ v_y = gt + K_2 \end{cases}$ مع K_1 و K_2 ثابتان تحددان بالشروط البدئية.

و الشروط البدئية هي: $\begin{cases} v_{0x} = v_D \\ v_{0y} = 0 \end{cases}$ نستنتج الثابتين: $\begin{cases} K_1 = v_D \\ K_2 = 0 \end{cases}$ و بالتالي معادلتنا السرعة:

$$\begin{cases} v_x = v_D \\ v_y = gt \end{cases}$$

ثم باعتبار أن: $\begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \end{cases}$ نستنتج بالتكامل المعادلتين الزميتين:

$$\begin{cases} x = v_D t + K_3 \\ y = \frac{1}{2} g t^2 + K_4 \end{cases}$$

مع K_3 و K_4 ثابتان تحددان بالشروط البدئية.

و الشروط البدئية هي: $\begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$ نستنتج الثابتين: $\begin{cases} K_3 = 0 \\ K_4 = 0 \end{cases}$ و بالتالي المعادلتين الزميتين للحركة:

$$\begin{cases} x = v_D t & (1) \\ y = \frac{1}{2} g t^2 & (2) \end{cases}$$

• معادلة المسار:

نجد المعادلة الديكارتية للمسار $y = f(x)$ بإقصاء الزمن: (1) تعطي $t = \frac{x}{v_D}$

ثم نعوض t في (2): $y = \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_D} \right)^2$ و نستنتج: $y = \frac{g}{2v_D^2} \cdot x^2$ (مسار G قوس شلجمي)

2.2 - أ - تاريخ لحظة وصول النقطة

أرتوب النقطة I في المعلم (D, \vec{i}, \vec{j}) هو $y_I = h$ و باعتبار المعادلة الزمنية (2) $y_I = \frac{1}{2}gt_I^2$ نستنتج:

$$t_I = \sqrt{\frac{2h}{g}} \quad \text{ت.ع.} \quad t_I = \sqrt{\frac{2 \times 1,8}{10}} = 0,6 \text{ s}$$

ب - قيمة السرعة في I

معادلتا السرعة هما كما سبق: $v_x = v_D$ $v_y = gt$ نستنتج إحداثيتا السرعة في I: $v_{Ix} = v_D$ $v_{Iy} = g \cdot t_I$

$$v_I = \sqrt{v_{Ix}^2 + v_{Iy}^2} = \sqrt{11^2 + 6^2} = 12,5 \text{ m.s}^{-1} \quad \text{ت.ع.} \quad \begin{cases} v_{Ix} = 11 \text{ m.s}^{-1} \\ v_{Iy} = 6 \text{ m.s}^{-1} \end{cases}$$

ج - أفصول النقطة

حسب المعادلة الزمنية (1) $x = v_D t$ لدينا: $x_I = v_D \cdot t_I$

$$x_I = 11 \times 0,6 = 6,6 \text{ m} \quad \text{ت.ع.}$$

3.2 - تغير أو عدم تغير x مع الكتلة

من معادلة المسار $y = \frac{g}{2v_D^2} \cdot x^2$ نستنتج العلاقة: $h = \frac{g}{2v_D^2} \cdot x_I^2$ و منها نستخلص التعبير التالي:

$$x_I = v_D \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}}$$

هذه العلاقة تبين أن قيمة x_I مستقلة عن الكتلة.

(هذا طبعا ليس صحيحا إلا نظريا بإهمال تأثيرات الهواء: دافعة أرخميد و قوة الاحتكاك)