

الموضوع

www.9alami.com

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقط $B(0,1,-2)$ و $A(1,1,-1)$

و $C(3,2,1)$ والفاكدة (S) التي معادلتها : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2z - 1 = 0$

(1) بين أن مركز الفاكدة (S) هو النقطة $\Omega(1,0,1)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$

(2) بين أن $\overline{AB} \wedge \overline{AC} = \vec{i} - \vec{k}$ وتحقق من أن $x - z - 2 = 0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

ب- تحقق من أن $d(\Omega, (ABC)) = \sqrt{2}$ ثم بين أن المستوى (ABC) يقطع الفاكدة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها 1

(3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC)

أ- بين أن $\begin{cases} x=1+t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ تمثيل بارامترى للمستقيم (Δ)

ب- بين أن مثلث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(2,0,0)$

ج- استنتج مركز الدائرة (Γ)

التمرين الثاني (3 ن)

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة : $z^2 - 12z + 61 = 0$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C التي

الحاقها على التوالي هي a و b و c بحيث : $a = 6 - 5i$ و $b = 4 - 2i$ و $c = 2 + i$

أ- احسب $\frac{a-c}{b-c}$ واستنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

ب- نعتبر الإزاحة T ذات المنجهة \vec{u} حيث لحق \vec{u} هو $1 + 5i$

تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T هو $d = 3 + 6i$

ج- بين أن : $\frac{d-c}{b-c} = -1 + i$ وأن $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1 + i$

د- استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{CB}, \overline{CD})$

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي كيس على ثماني ببيدقات : ببيدقة واحدة تحمل العدد 0 وخمس ببيدقات تحمل العدد 1 وبيدقتان تحملان العدد 2 (لا يمكن التمييز بين الببيدقات باللمس).

نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث ببيدقات من الكيس .

(1) ليكن A الحدث : " الحصول على ثلاث ببيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثني مثني "

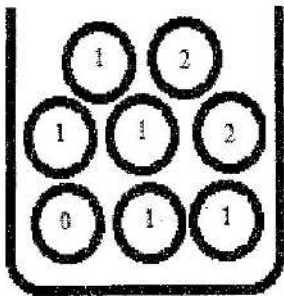
بين أن : $P(A) = \frac{5}{28}$

(2) ليكن B الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها الببيدقات المسحوبة يساوي 5 "

بين أن : $P(B) = \frac{5}{56}$

(3) ليكن C الحدث : " مجموع الأعداد التي تحملها الببيدقات المسحوبة يساوي 4 "

بين أن : $P(C) = \frac{3}{8}$



التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 11$ و $u_{n+1} = \frac{10}{11}u_n + \frac{12}{11}$ لكل n من \mathbb{N}

(1) تحقق من أن : $u_{n+1} - 12 = \frac{10}{11}(u_n - 12)$ لكل n من \mathbb{N} 0.25

(2) أ- بين بالترجع أن : $u_n < 12$ لكل n من \mathbb{N} 0.5

ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية قطعا . 0.5

ج- استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة . 0.25

(3) لتكن (v_n) المتتالية العددية بحيث : $v_n = u_n - 12$ لكل n من \mathbb{N}

أ- باستعمال السؤال (1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{10}{11}$ ثم اكتب v_n بدلالة n 0.75

ب- بين أن : $u_n = 12 - \left(\frac{10}{11}\right)^n$ لكل n من \mathbb{N} ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) 0.75

التمرين الخامس (8 ن)

(I) لتكن g الدالة العددية المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^2 - 1 + 2x^2 \ln x$

(1) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]0, 1[$ 0.75

ثم استنتج أن $g(x) \leq 0$ لكل x من المجال $]0, 1[$

(2) بين أن $x^2 - 1$ و $2x^2 \ln x$ لهما نفس الإشارة على المجال $]1, +\infty[$ 0.75

ثم استنتج أن $g(x) \geq 0$ لكل x من المجال $]1, +\infty[$

(II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0, +\infty[$ بما يلي : $f(x) = (x^2 - 1) \ln x$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) (الوحدة 3cm) .

(1) أ- بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ وأول هذه النتيجة هندسيا . 0.5

ب- احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ (يمكنك كتابة $\frac{f(x)}{x}$ على الشكل $\left(\frac{x^2 - 1}{x}\right) \ln x$) 1

واستنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا بجوار $+\infty$ يتم تحديده اتجاهه .

(2) أ- بين أن $f'(x) = \frac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0, +\infty[$ وأول هندسيا النتيجة $f'(1) = 0$ 1.25

ب- استنتج أن الدالة f تناقصية على المجال $]0, 1[$ و تزايدية على المجال $]1, +\infty[$ 0.5

ج- أعط جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0, +\infty[$ ثم بين أن $f(x) \geq 0$ لكل x من $]0, +\infty[$ 0.5

(3) أنشئ المنحنى (C) في المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) 1

(4) أ- بين أن $u : x \mapsto \frac{x^3}{3} - x$ دالة أصلية للدالة $x \mapsto x^2 - 1$ على \mathbb{R} 0.5

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\int_1^2 (x^2 - 1) \ln x \, dx = \frac{2}{9}(1 + 3 \ln 2)$ 1

ج- احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = 2$ 0.25