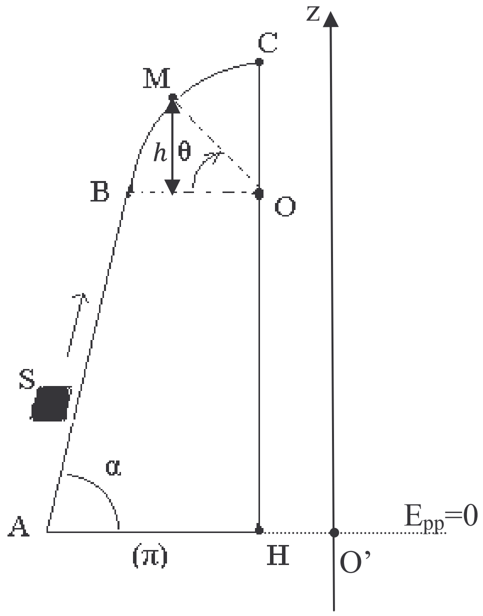
حــل الـتـمـريــن 08



.1

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$

$z = 0\,, Epp = 0 \quad \Rightarrow \quad C = 0$

نستنتج : $Epp = mgz$

تعبير الطاقة الميكانيكية: $Em = Epp + Ec$

عند النقطة A :

$$Epp_A = 0 \;\; ; \;\; Ec_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \;\Rightarrow\; Em_A = \frac{1}{2}mv_A^2$$

عند النقطة B :

$$Epp_B = mgz_B \;\; ; \;\; Ec_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \;\Rightarrow\; Em_A = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

بسبب غياب الاحتكاك ، تنحفظ الطاقة الميكانيكية

طول المسار AB :

$$Em_A = Em_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gz_B}$$

$$z_B = AB\sin\alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gAB\sin\alpha}$$

تطبيق عددي : $v_B = \sqrt{25 - 2\times 10\times \sin 60} = 2{,}77\, m.s^{-1}$

.2 تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة M :

$$Em_M = Epp_M + Ec_M$$

$$Ec_M = \frac{1}{2}mv_M^2 \qquad Epp_M = mgz_M$$

$$z_M = z_B + h = AB\sin\alpha + r\sin\theta$$

$$\Rightarrow Em_M = mg(AB\sin\alpha + r\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$Em_M = Em_A$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(AB\sin\alpha + r\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$$

$$\Rightarrow v_M = \sqrt{v_A^2 - 2g(AB\sin\alpha + r\sin\theta)}$$

عندما يتوقف الجسم S :

$$v_M = 0 \;\Rightarrow\; v_A^2 - 2g(AB\sin\alpha + r\sin\theta_{max}) = 0$$

$$\Rightarrow \sin\theta_{max} = \frac{1}{r}\left(\frac{v_A^2}{2g} - AB\sin\alpha\right)$$

تطبيق عددي : $\sin\theta_{max} = 0{,}77 \;\Rightarrow\; \theta_{max} \approx 50°$

.3

3.1. الحركة تتم بدون احتكاك ، الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

نحدد قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم لكي يبلغ النقطة C بدون سرعة :

$$Em_C = Em_A$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(AB\sin\alpha + r) = \frac{1}{2}mv_{A\min}^2$$
$$\Rightarrow v_C = 0 \Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(AB\sin\alpha + r)}$$

تطبيق عددي : $v_{A\min} = 5,22\ ms^{-1}$

3.2. فرق الطاقة الميكانيكية بين A و C يساوي شغل قوى الإحتكاك من A حتى C :

$$Em_C - Em_A = W(\vec{f})$$
$$(\frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C) - (\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A) = W(\vec{f})$$
$$W(\vec{f}) = -f.AB - f\frac{2\pi r}{4} = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$v_C = 0 \quad ; \quad z_A = 0 \Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = W(\vec{f})$$
$$\Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$\Rightarrow mg(AB\sin\alpha + r) - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$\Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(AB\sin\alpha + r) + \frac{f}{m}(2AB + \pi r)}$$

تطبيق عددي : $v_{A\min} = 6,45\, m.s^{-1}$