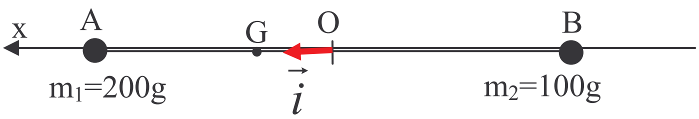
حـل الـتـمـريــن 05

.1



تحديد موقع G مركز قصور المجموعة :

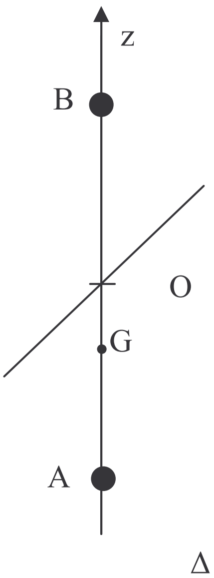
$$m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2}=(m_1+m_2)\overrightarrow{OG}$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OG}=\frac{1}{m_1+m_2}(m_1\overrightarrow{OG_1}+m_2\overrightarrow{OG_2})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{OG}=\frac{1}{m_1+m_2}(m_1\frac{L}{2}\vec{i}+m_2(-\frac{L}{2}\vec{i}))$$

$$m_1=2m_2 \quad \Rightarrow \quad \overrightarrow{OG}=\frac{L}{6m_2}(2m_2\vec{i}\text{-}m_2\vec{i}))$$

نستنتج : $\overrightarrow{OG}=\frac{L}{6}\vec{i}$ أي OG=10 cm .

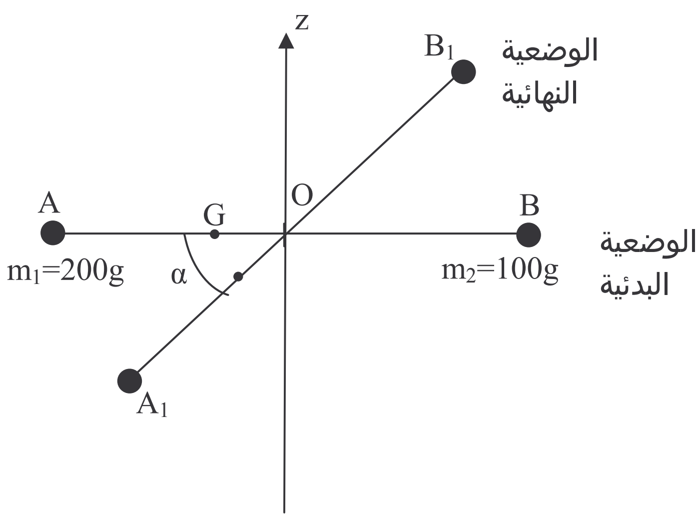


.2 لكي تكون المجموعة في حالة توازن مستقر، يجب أن تكون قيمة طاقة وضعها الثقالية دنوية .

يجب أن تكون G أسفل النقطة O على المحور الرأسي Oz .

إذن لا يمكن للمجموعة أن تبقى في حالة توازن في الوضع الأفقي.

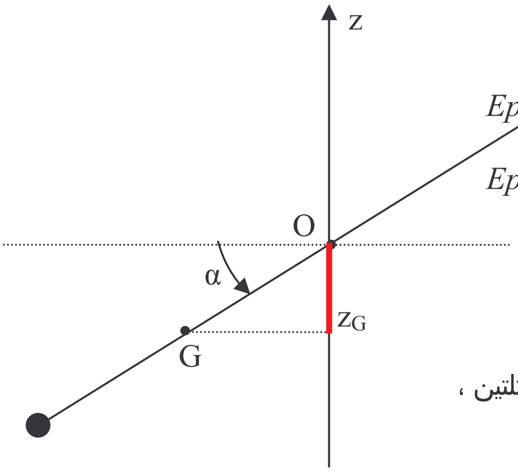
.3



تعبير طاقة الوضع الثقالية : نعتبر اعتباطا الحالة المرجعية عندما تكون المجموعة أفقية :

Epp=mg z+C عند z=0 Epp=0 إذن Epp=mg z .

عند انتقال المجموعة من الوضعية البدئية AB إلى النهائية A_1B_1 ،



عند الحالة البدئية AB : $Epp_i=0$.

عند الحالة النهائية A_1B_1 :

$$Epp_f = mgz_G = -mgOG\sin\alpha$$

$$Epp_f = -mg\frac{L}{6}\sin\alpha = -(m_1+m_2)g\frac{L}{6}\sin\alpha$$

في غياب الاحتكاكات ومقاومة الهواء ،تنحفظ الطاقة الميكانيكية:

$$Em_i = Em_f$$

$$Ec_i + Epp_i = Ec_f + Epp_f$$

تساوي الطاقة الحركية للمجموعة مجموعة الطاقة الحركية للكتلتين ،
أما الساق فطاقتها الحركية منعدمة لأنها بدون كتلة.

$$Ec_i = 0 \qquad Ec_f = \frac{1}{2}m_1v_1^2 + \frac{1}{2}m_2v_2^2$$

نستنتج :

$$0 = \frac{1}{2}(m_1+m_2)v^2 - (m_1+m_2)g\frac{L}{6}\sin\alpha \quad \Rightarrow \quad \boxed{v = \sqrt{g\frac{L}{3}\sin\alpha}}$$

تطبيق عددي : $v = 1{,}17\ m.s^{-1}$

حساب السرعة الزاوية للساق :

$$\omega = \frac{v}{OA} \Rightarrow \omega = \frac{2v}{L}$$

تطبيق عددي : $\omega = 3{,}90\, rd.s^{-1}$

4. تعبير السرعة الزاوية القصوية للساق :

$$\omega = \frac{2v}{L} = \frac{2\sqrt{g\frac{L}{3}\sin\alpha}}{L} \Rightarrow \omega = \sqrt{g\frac{4}{3L}\sin\alpha}$$

تكون ω قصوية في حالة sin α = 1 أي α=90° : $\omega_{\max} = \sqrt{\frac{4g}{3L}}$

تطبيق عددي : $\omega_{\max} = 21{,}77\ m.s^{-1}$

نستنتج السرعة القصوية للكتلتين :

$$v_{\max} = OA.\omega_{\max} \Rightarrow v_{\max} = \frac{L}{2}\omega_{\max}$$

تطبيق عددي : $v_{\max} = 6{,}53\ m.s^{-1}$