الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2014

الموضوع

NS 23

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني
ⵜⴰⴳⵍⴷⵉⵜ ⵏ ⵍⵎⵖⵔⵉⴱ
ⵜⴰⵎⴰⵡⴰⵙⵜ ⵏ ⵓⵙⴳⵎⵉ ⴰⵏⴰⵎⵓⵔ
ⴷ ⵓⵙⵎⵓⵜⵜⴳ ⴰⵣⵣⴰⵏⴰⵏ
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)	الشعبة أو المسلك

Instrucciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Número de páginas :4 (la primera pagina contiene instrucciones y componentes de la prueba. Las tres restantes contienen la prueba)
- El candidato puede realizar los ejercicios del examen segun el orden que le sea adecuado
- Evitar el uso del color rojo en la redacción de las respuestas
- Aunque algunos símbolos están repetidos en más de un ejercicio, cada uno de ellos está relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene relación con los ejercicios anteriores o posteriores

Componentes de la prueba

- La prueba se compone de cuatro ejercicios y un problema independientes entre si y repartidos según los siguientes dominios como sigue :

Primer ejercicio	Geometria del espacio	3 puntos
Segundo ejercicio	Numeros complejos	3 puntos
Tercer ejercicio	Sucesiones numéricas	3 puntos
Cuarto ejercicio	Calculo de probabilidades	3 puntos
Problema	Estudio de función y calculo integral	8 puntos

- En el problema , ln denota el logaritmo neperiano

PRUEBA

Primer ejercicio(3 puntos)

Consideramos, en el espacio provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, los puntos $A(0,3,1)$ y $B(-1,3,0)$ y $C(0,5,0)$ y la esfera (S) de ecuación: $x^2+y^2+z^2-4x-5=0$

0.75 1) a) Demostrar que $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=2\vec{i}-\vec{j}-2\vec{k}$ y deducir que los puntos A y B y C no están alineados.

0.5 b) Demostrar que $2x-y-2z+5=0$ es una ecuación cartesiana del plano (ABC).

0.5 2)a) Demostrar que el centro de la esfera (S) es el punto $\Omega(2,0,0)$ y que su radio es igual a 3

0.75 b) Demostrar que el plano (ABC) es tangente a la esfera (S)

0.5 c) Determinar la terna de coordenadas de H ,punto de tangencia del plano (ABC) y la esfera (S)

Segundo ejercicio(3 puntos)

0.75 1)Resolver en el conjunto $\mathbb{C}$ de los números complejos, la ecuación : $z^2-z\sqrt{2}+2=0$

2) Consideramos el numero complejo: $u=\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{\sqrt{6}}{2}i$

0.5 a) Demostrar que el modulo de u es $\sqrt{2}$ y que $\arg u\equiv\dfrac{\pi}{3}[2\pi]$

0.75 b) Usando la escritura de u en forma trigonométrica(polar),demostrar que u^6 es un numero real

3) Consideramos, en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ los puntos A y B cuyos afijos son respectivamente a y b tales que $a=4-4i\sqrt{3}$ y $b=8$

Sea z el afijo de un punto M del plano y z' el afijo del punto M' imagen de M por la rotación (giro) R de centro O y de ángulo $\dfrac{\pi}{3}$

0.5 a) Expresar z' en función de z

0.5 b) Verificar que el punto B es la imagen del punto A por la rotación R y deducir que el triangulo OAB es equilátero .

Tercer ejercicio(3 puntos)

Consideramos la sucesión numérica (u_n) definida como sigue :

$$u_0=13 \quad \text{y} \quad u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+7 \text{ para todo } n \text{ en } \mathbb{N}$$

0.75 1) Demostrar por inducción que $u_n<14$ para todo n en $\mathbb{N}$

2) Sea (v_n) la sucesión numérica tal que : $v_n=14-u_n$ para todo n en $\mathbb{N}$

1 a) Demostrar que (v_n) es una sucesión geométrica de razón $\dfrac{1}{2}$ y escribir v_n en función de n

0.75 b) Deducir que $u_n=14-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ para todo n en $\mathbb{N}$ y calcular el límite de la sucesión (u_n)

0.5 c) Hallar el mínimo valor del numero entero natural n para el cual $u_n>13,99$

Cuarto ejercicio(3 puntos)

Una bolsa contiene nueve fichas indiscernibles al tacto y que llevan los números: 0 , 0 , 0 , 0 , 0 , 1 , 1 , 1 , 1

1 1) Extraemos , al azar , y simultáneamente(al mismo tiempo) dos fichas de la bolsa
Sea A el suceso “las dos fichas extraídas llevan números que suman 1”
Demostrar que $p(A)=\frac{5}{9}$

2) Consideramos el siguiente juego :”Said extrae , al azar, y simultáneamente(al mismo tiempo) dos fichas de la bolsa y se considera ganador si extrae dos fichas tales que cada una de ellas lleva el numero 1”

1 a) Demostrar que la probabilidad para que Said gane es igual a $\frac{1}{6}$

1 b) Said repite este juego tres veces(Said devuelve las dos fichas extraídas en la bolsa cada vez)
Cual es la probabilidad para que Said gane exactamente dos veces ?

Problema(8 puntos)

I) Sea g la función numérica definida sobre $]0,+\infty[$ por: $g(x)=1-\frac{1}{x^2}+\ln x$

0.5 1) Demostrar que $g'(x)=\frac{2}{x^3}+\frac{1}{x}$ para todo x en $]0,+\infty[$ y deducir que la función g crece en $]0,+\infty[$

0.75 2) Verificar que $g(1)=0$ y deducir que $g(x)\leq 0$ para todo x en $]0,1]$ y $g(x)\geq 0$ para todo x en $[1,+\infty[$

II) Consideramos la función numérica f definida sobre $]0,+\infty[$ por : $f(x)=(1+\ln x)^2+\frac{1}{x^2}$
y sea (C) la grafica de f en un sistema de referencia ortonormal $(O,\vec{i},\vec{j})$ (Unidad:$1\,cm$)

0.5 1) Demostrar que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ e interpretar geométricamente el resultado.

0.25 2)a) Calcular $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

1 b) Demostrar que : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(1+\ln x)^2}{x}=0$ (Se puede poner $t=\sqrt{x}$) y demostrar que $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=0$

0.25 c) Determinar la rama infinita de la grafica (C) en el entorno de $+\infty$

1.5 3)a) Demostrar que $f'(x)=\frac{2g(x)}{x}$ para todo x en $]0,+\infty[$ y deducir que la función f decrece en $]0,1]$ y crece en $[1,+\infty[$

1 b) Dar la tabla de variaciones de f sobre $]0,+\infty[$ y deducir que $f(x)\geq 2$ para todo x en $]0,+\infty[$

0.75 4) Trazar (C) en el sistema $(O,\vec{i},\vec{j})$ (Se admite que (C) posee un único punto de inflexión cuya determinación no se pide).

5) Consideramos las integrales siguientes: $I=\int_1^e(1+\ln x)dx$ y $J=\int_1^e(1+\ln x)^2\,dx$

0.5 a) Demostrar que $H : x \mapsto x\ln x$ es una función primitiva de la función $h : x \mapsto 1+\ln x$ sobre $]0,+\infty[$ y deducir que $I = e$

0.5 b) Mediante una integración por partes, demostrar que $J = 2e-1$

0.5 c) Calcular, en cm^2 , el área del recinto plano delimitado por (C), el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones $x=1$ y $x=e$