المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
المركز الوطني للتقويم والامتحانات والتوجيه

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2013
الموضوع

NS23

3	مدة الإنجاز	الرياضيات	المادة
7	المعامل	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)	الشعبة أو المسلك

www.9alami.com

Informaciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Duracion de la prueba : 3 horas
- Numero de paginas :4 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las tres restantes contienen los ejercicios de la prueba)
- El candidato puede realizar los ejercicios del examen segun el orden que le sea adecuado
- En caso de incapacidad de responder a alguna pregunta, el candidato podra utilizar el resultado de dicha pregunta para el tratamiento de las preguntas posteriores
- Evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas
- Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores

Informaciones especificas

- La prueba se compone de cinco ejercicios independientes entre si y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Geometria del espacio	3 puntos
Segundo ejercicio	Numeros complejos	3 puntos
Tercer ejercicio	Calculo de probabilidades	3 puntos
Cuarto ejercicio	Sucesiones numericas	3 puntos
Quinto ejercicio	Estudio de funcion y calculo integral	8 puntos

www.9alami.com

PRUEBA

Primer ejercicio(3 puntos)

Se consideran en el espacio provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ los puntos $A(-1,1,0)$, $B(1,0,1)$ y $\Omega(1,1,-1)$ y la esfera (S) de centro Ω y de radio 3

1 1) a) Demostrar que $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$ y averiguar que $x+y-z=0$ es una ecuación del plano (OAB)

1 b) Averiguar que $d(\Omega,(OAB))=\sqrt{3}$ y después demostrar que el plano (OAB) corta a la esfera (S) según una circunferencia (Γ) cuyo radio es $\sqrt{6}$.

2) Sea (Δ) la recta que pasa por Ω y es perpendicular al plano (OAB)

0.5 a) Demostrar que $\begin{cases} x=1+t \\ y=1+t \\ z=-1-t \end{cases}$ $(t\in I\!R)$ es una representación paramétrica de la recta (Δ)

0.5 b) Determinar las coordenadas del centro de la circunferencia (Γ) .

Segundo ejercicio (3 puntos)

Se consideran en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ los puntos A, B y C cuyos afijos son respectivamente $a=7+2i$, $b=4+8i$ y $c=-2+5i$.

0.75 1) a) Averiguar que $(1+i)(-3+6i)=-9+3i$ y demostrar que $\dfrac{c-a}{b-a}=1+i$

1 b) Deducir que $AC=AB\sqrt{2}$ y dar una medida del ángulo orientado $(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$

2) Sea R el giro de centro B y de ángulo $\dfrac{\pi}{2}$.

0.75 a) Demostrar que el afijo del punto D imagen del punto A por el giro R es $d=10+11i$

0.5 b) Calcular $\dfrac{d-c}{b-c}$ y deducir que los puntos B, C y D están alineados .

Tercer ejercicio(3 puntos)

Una urna contiene diez bolas: cinco rojas, tres verdes y dos blancas (las bolas son indiscernibles al tacto)

Extraemos al azar y simultáneamente cuatro bolas de la urna

1 .5 1) Consideramos los dos sucesos siguientes

A:” Obtener dos bolas rojas y dos bolas verdes .

B:”No hay ninguna bola blanca de las cuatro bolas extraídas “

Demostrar que $P(A)=\dfrac{1}{7}$ y que $P(B)=\dfrac{1}{3}$

2) Sea X la variable aleatoria que asocia cada extracción con el numero de bolas blancas extraídas

0.25 a) Averiguar que los valores que toma la variable aleatoria X son 0 , 1 y 2

1.25 b) Demostrar que $P(X=1)=\dfrac{8}{15}$ y luego determinar la ley de probabilidad de la variable aleatoria X

Cuarto ejercicio (3 puntos)

Sea $(u_n)_{n\in IN^*}$ la sucesión numérica definida por: $u_1=0$ y $u_{n+1}=\dfrac{25}{10-u_n}$ para todo n en IN^*

1 1) Averiguar que $5-u_{n+1}=\dfrac{5(5-u_n)}{5+(5-u_n)}$ para todo n en IN^* y demostrar por inducción que $5-u_n>0$ para todo n en IN^*

2) Consideramos la sucesión $(v_n)_{n\in IN^*}$ definida por: $v_n=\dfrac{5}{5-u_n}$ para todo n en IN^*

0.75 a) Demostrar que $v_{n+1}=\dfrac{10-u_n}{5-u_n}$ para todo n en IN^* y averiguar que $v_{n+1}-v_n=1$ para todo n en IN^*

1 b) Demostrar que $v_n=n$ para todo n en IN^* y deducir que $u_n=5-\dfrac{5}{n}$ para todo n en IN^*

0.25 c) Determinar $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

Quinto ejercicio (8 puntos)

Se considera la función numérica f definida sobre IR por : $f(x)=\left(x-2\right)^2 e^x$

y sea (C) la grafica de f en un sistema de referencia ortonormal $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (unidad $1cm$)

0.25 1) a) Demostrar que : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$

0.5 b) Demostrar que : $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ y deducir que (C) admite en el entorno de $+\infty$, una rama parabólica cuya dirección será determinada.

0.25 2) a) Averiguar que : $f(x)=x^2e^x-4xe^x+4e^x$ para todo x en IR

0.5 b) Demostrar que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ e interpretar geométricamente este resultado

(recordamos que : $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n e^x=0$ para todo n en IN^*)

0.75 3) a) Demostrar que $f'(x)=x(x-2)e^x$ para todo x en IR

1 b) Demostrar que la función f crece en $]-\infty,0]$ y $[2,+\infty[$ y decrece en $[0,2]$

0.5 c) Dar la tabla de variaciones de f sobre IR

1	4) a) Demostrar que $f''(x)=(x^2-2)e^x$ para todo x en $I\!R$ y deducir que (C) admite dos puntos de inflexión cuya determinación de sus ordenadas no esta pedida
1	b) Trazar (C) en el sistema de referencia $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$
0.5	5) a) Demostrar que $H : x \mapsto (x-1)e^x$ es una función primitiva de la función $h : x \mapsto xe^x$ sobre $I\!R$ y calcular $\int_0^1 xe^x\,dx$
0.75	b) Usando una integración por partes , demostrar que: $\int_0^1 x^2 e^x\,dx = e-2$
0.5	c) Demostrar que el área del recinto del plano delimitado por (C) ,el eje de abscisas y las rectas de ecuaciones $x=0$ y $x=1$ es $5(e-2)$ cm^2
0.5	6) Usar ,la gráfica (C) para dar el numero de soluciones de la ecuación $x \in I\!R$, $x^2 = e^{-x}+4x-4$