



الصفحة
1
3



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا  
الدورة العادية 2011  
الموضوع

7	المعامل	NS23	الرياضيات	المادة
3	مذلة الإقجاز	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)		الشعب (ة) أو المسلح

### Informaciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Duracion de la prueba : 3 horas
- Numero de paginas :3 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las dos restantes contienen los ejercicios de la prueba)
- El alumno puede desarrollar los ejercicios del examen en el orden que desee
- Evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas
- Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores

### Informaciones especificas

- La prueba se compone de cuatro ejercicios independientes y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Resolucion de ecuaciones e inecuaciones logaritmicas	2.5 puntos
Segundo ejercicio	Sucesiones numericas	3 puntos
Tercer ejercicio	Numeros complejos	5 puntos
Cuarto ejercicio	Estudio de funcion y calculo integral	9.5 puntos

- En el primer ejercicio,  $\ln$  designa el logaritmo neperiano .

## PRUEBA

[www.9alami.com](http://www.9alami.com)**Primer ejercicio** (2.5 puntos)

- 0.5 1) a) Resolver en  $\mathbb{R}$  la ecuacion :  $x^2 + 4x - 5 = 0$   
1 b) Resolver en el intervalo  $]0, +\infty[$  la ecuacion :  $\ln(x^2 + 5) = \ln(x + 2) + \ln(2x)$   
1 2) Resolver en el intervalo  $]0, +\infty[$  la inecuacion :  $\ln x + \ln(x + 1) \geq \ln(x^2 + 1)$

**Segundo ejercicio** (3 puntos)

Sea  $(u_n)$  la sucesion numerica definida por:  $u_0 = 1$  y  $u_{n+1} = \frac{u_n}{5 + 8u_n}$  para todo  $n$  en  $\mathbb{N}$ .

- 0.5 1) Demostrar por induccion que  $u_n > 0$  para todo  $n$  en  $\mathbb{N}$ .
- 2) Se pone :  $v_n = \frac{1}{u_n} + 2$  para todo  $n$  en  $\mathbb{N}$ .
- 1.5 a) Demostrar que  $(v_n)$  es una sucesion geometrica de razon 5 y escribir  $v_n$  en funcion de  $n$
- 1 b) Demostrar que  $u_n = \frac{1}{3 \times 5^n - 2}$  para todo  $n$  en  $\mathbb{N}$  y calcular el limite de la sucesion  $(u_n)$

**Tercer ejercicio** (5 puntos)

- 1 1) Resolver en el conjunto de los numeros complejos  $\mathbb{C}$  la ecuacion  $z^2 - 18z + 82 = 0$ .
- 2) Se consideran en el plano complejo provisto de un sistema de referencia ortonormal directo  $(O, \vec{u}, \vec{v})$  los puntos  $A, B$  y  $C$  cuyos afijos son respectivamente  $a = 9 + i$ ,  $b = 9 - i$  y  $c = 11 - i$
- 1 a) Demostrar que  $\frac{c - b}{a - b} = -i$  y deducir que el triangulo  $ABC$  es rectangulo e isosceles en  $B$ .
- 0.5 b) Escribir en forma polar el numero complejo  $4(1 - i)$ .
- 1 c) Demostrar que  $(c - a)(c - b) = 4(1 - i)$  y luego deducir que :  $AC \times BC = 4\sqrt{2}$
- 1.5 d) Sea  $z$  el afijo de un punto  $M$  del plano y sea  $z'$  el afijo del punto  $M'$  imagen de  $M$  por el giro  $R$  de centro  $B$  y de angulo  $\frac{3\pi}{2}$ .
- Demostrar que  $z' = -iz + 10 + 8i$  y verificar que el afijo del punto  $C'$  imagen del punto  $C$  por el giro  $R$  es  $9 - 3i$ .

[www.9alami.com](http://www.9alami.com)

www.9alami.com

**Cuarto ejercicio** (9.5 puntos)

I- Se considera la función numérica  $g$  definida sobre  $\mathbb{R}$  por  $g(x) = (1-x)e^x - 1$ .

- 0.5 1) a) Demostrar que  $g'(x) = -xe^x$  para todo  $x$  en  $\mathbb{R}$ .
- 0.75 b) Demostrar que la función  $g$  decrece en  $[0, +\infty[$  y crece en  $]-\infty, 0]$  y verificar que  $g(0) = 0$ .
- 0.5 2) Deducir que  $g(x) \leq 0$  para todo  $x$  en  $\mathbb{R}$ .

II- Sea  $f$  la función numérica definida sobre  $\mathbb{R}$  por lo siguiente:  $f(x) = (2-x)e^x - x$  y sea  $(C)$  la gráfica de  $f$  en un sistema de referencia ortonormal  $(O, \vec{i}, \vec{j})$  (unidad  $1cm$ ).

- 0.5 1) a) Demostrar que:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ .
- 0.75 b) Demostrar que  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x} = -\infty$  y deducir que la curva  $(C)$  admite una rama parabólica en el entorno de  $+\infty$ , se determina su dirección.
- 0.75 2) a) Demostrar que  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$  y calcular  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) + x]$  (Recordamos que:  $\lim_{x \rightarrow -\infty} xe^x = 0$ ).
- 0.25 b) Demostrar que la recta  $(D)$  de ecuación  $y = -x$  es asíntota a la gráfica  $(C)$  en el entorno de  $-\infty$ .
- 0.5 3) a) Demostrar que  $f'(x) = g(x)$  para todo  $x$  en  $\mathbb{R}$ .
- 0.25 b) Interpretar gráficamente el resultado  $f'(0) = 0$ .
- 0.5 c) Demostrar que  $f$  es estrictamente decreciente sobre  $\mathbb{R}$  y dar la tabla de variaciones de  $f$ .
- 0.5 4) Demostrar que la ecuación  $f(x) = 0$  admite una solución única  $\alpha$  en  $\mathbb{R}$  y que  $\frac{3}{2} < \alpha < 2$  (Se admite que  $e^2 > 3$ ).
- 0.5 5) a) Resolver en  $\mathbb{R}$  la ecuación  $f(x) + x = 0$  y deducir que  $(C)$  y  $(D)$  se cortan en  $A(2, -2)$ .
- 0.25 b) Estudiar el signo de  $f(x) + x$  sobre  $\mathbb{R}$ .
- 0.25 c) Deducir que  $(C)$  está por encima de  $(D)$  en  $]-\infty, 2[$  y por debajo de  $(D)$  en  $]2, +\infty[$ .
- 0.5 6) a) Demostrar que  $(C)$  tiene un único punto de inflexión de coordenadas  $(0, 2)$ .
- 1 b) Trazar la recta  $(D)$  y la gráfica  $(C)$  en el mismo sistema de referencia  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .
- 1 7) a) Usando una integración por partes, demostrar que  $\int_{-1}^0 (2-x)e^x dx = 3 - \frac{4}{e}$ .
- 0.25 b) Deducir en  $cm^2$  el área del recinto del plano limitado por  $(C)$ ,  $(D)$ , y las rectas de ecuaciones  $x = -1$  y  $x = 0$ .

www.9alami.com