



الصفحة
1
3



الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2010
الموضوع

7	المعامل:	NS23	الرياضيات	المادة:
3	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية مسلك علوم الحياة والأرض (الترجمة الإسبانية)		الشعب(ة) أو المسلك:

Informaciones generales

- Esta permitido el uso de calculadora no programable
- Tiempo para re'alizar la prueba : 3 horas
- Numero de paginas :3 paginas(la primera pagina contiene informaciones y las dos restantes contiene los ejercicios del examen
- El candidato puede realizar los ejercicios del examen segun el orden que le conviene
- Hay que evitar el uso del color rojo en la redaccion de las respuestas
- Aunque algunos simbolos estan repetidos en mas de un ejercicio,cada uno de ellos esta relacionado con el ejercicio en el que se utiliza y no tiene ninguna relacion con los ejercicios anteriores o posteriores

Informaciones especificas

- La prueba se compone de cinco ejercicios independientes entre si y repartidos segun los siguientes dominios como sigue :

Ejercicio	Dominio	puntos atribuidos
Primer ejercicio	Geometria del espacio	3 puntos
Segundo ejercicio	Numeros complejos	3 puntos
Tercer ejercicio	Calculo de probabilidades	3 puntos
Cuarto ejercicio	Suseciones numericas	3 puntos
Quinto ejercicio	Estudio de funciones y calculo integral	8 puntos

- En el cuarto ejercicio (Tercera pregunta), In simboliza la funcion logaritmo neperiano

Primer ejercicio (3 puntos)

En el espacio provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, consideramos los puntos $A(-1, 0, 3)$, $B(3, 0, 0)$ y $C(7, 1, -3)$ y (S) la esfera de ecuación: $x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y - 15 = 0$

- 1) Demostrar que $\overrightarrow{AB} \wedge \overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{k}$ y deducir que $3x + 4z - 9 = 0$ es una ecuación del plano (ABC)
 0.5) 2) Demostrar que (S) es la esfera de centro $\Omega(3, 1, 0)$ y de radio 5
 3) Sea (Δ) la recta que pasa por Ω y que es perpendicular al plano (ABC)

0.5) a) Demuestra que $\begin{cases} x = 3 + 3t \\ y = 1 \\ z = 4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ es una representación paramétrica de la recta (Δ)

- 1) b) Demostrar que la recta (Δ) corta a la esfera (S) en los dos puntos $E(6, 1, 4)$ y $F(0, 1, -4)$

Segundo ejercicio (3 puntos)

- 1) 1) Resolver en \mathbb{C} el conjunto de « los números complejos la ecuación $z^2 - 6z + 10 = 0$
 2) Consideramos en el plano provisto de un sistema de referencia ortonormal directo $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ los puntos A, B y C cuyos afijos son respectivamente: $a = 3 - i$, $b = 3 + i$ y $c = 7 - 3i$.
 Sea z el afijo de un punto M del plano y z' el afijo del punto M' imagen de M por el giro R

de centro A y de ángulo $\frac{\pi}{2}$

- 0.5) a) Demuestra que $z' = iz + 2 - 4i$
 0.25) b) Verificar que el afijo del punto C' imagen de C por el giro R es $c' = 5 + 3i$
 1.25) c) Demuestra que $\frac{c' - b}{c - b} = \frac{1}{2}i$ y deducir que el triángulo BCC' es rectángulo en B y

que $BC = 2BC'$

Tercer ejercicio (3 puntos)

Una urna contiene diez bolas: cinco blancas, tres rojas y dos negras (las bolas son indiscernibles al tacto). Extraemos, al azar, y al mismo tiempo, cuatro bolas de la bolsa.

- 1) Consideramos los dos sucesos: A « Obtener una bola roja y una solamente »
 y B « Obtener una bola blanca al menos »

1) Demostrar que $P(A) = \frac{1}{2}$ y que $P(B) = \frac{41}{42}$

- 2) Sea X la variable aleatoria que asocia a cada extracción el número de bolas rojas extraídas
 0.25) a) Verificar que los valores que toma la variable X son 0, 1, 2 y 3
 1) b) Demostrar que $P(X = 2) = \frac{3}{10}$ y que $P(X = 0) = \frac{1}{6}$
 0.75) c) Dar la ley de probabilidad de la variable aleatoria X

Cuarto ejercicio (3 puntos)

Consideramos la sucesión numérica (u_n) definida por lo siguiente: $u_0 = 2$ y $u_{n+1} = \frac{3u_n - 1}{2u_n}$ para todo n en \mathbb{N}

- 0.75) 1) Demostrar por inducción que: $u_n > 1$ para todo n en \mathbb{N}

2) Consideramos la sucesión numérica (v_n) definida por: $v_n = \frac{u_n - 1}{2u_n - 1}$ para todo n en \mathbb{N}

- 1 a) Demostrar que : (v_n) es una sucesion geometrica de razon $\frac{1}{2}$ y deducir que $v_n = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{2}\right)^n$
para todo n en \mathbb{N}
- 0.75 b) Demostrar que $u_n = \frac{v_n - 1}{2v_n - 1}$ y deducir que $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = 1$
- 0.5 3) Calcular $\lim_{n \rightarrow +\infty} w_n$ siendo (w_n) la sucesion numerica definida por $w_n = \ln(u_n)$ para todo n en \mathbb{N}

Quinto ejercicio (8 puntos)

I) Consideramos la funcion numerica g definida sobre \mathbb{R} por lo siguiente $g(x) = 1 + 4xe^{2x}$

- 0.5 1) Demostrar que $g'(x) = 4(2x+1)e^{2x}$ para todo x en \mathbb{R}
- 0.5 2) Demostrar que la funcion g es creciente sobre $\left[-\frac{1}{2}, +\infty\right[$ y es decreciente sobre $\left]-\infty, -\frac{1}{2}\right]$
- 0.5 3) a) Demostrar que $g\left(-\frac{1}{2}\right) = 1 - \frac{2}{e}$ y verificar que $g\left(-\frac{1}{2}\right) > 0$
- 0.25 b) Deducir que $g(x) > 0$ para todo x en \mathbb{R}

II) Sea f la funcion numerica definida sobre \mathbb{R} por lo siguiente : $f(x) = (2x-1)e^{2x} + x + 1$

y sea (C) la curva representativa de f en un sistema de referencia ortonormal

$$(O, \vec{i}, \vec{j}) \quad (\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 2cm)$$

www.9alami.com

- 1 1) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ y demostrar que $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$ (Recordamos que $\lim_{u \rightarrow -\infty} ue^u = 0$)
- 0.75 2) Demostrar que $f'(x) = g(x)$ para todo x en \mathbb{R} y deducir que la funcion f es estrictamente creciente sobre \mathbb{R}
- 0.75 3) a) Calcular $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ y deducir que (C) admite una rama parabolica de direccion el eje de ordenadas
- 0.5 b) Calcular $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)]$ y deducir que la recta (Δ) de ecuacion $y = x + 1$ es una asintota oblicua a la curva (C) en el entorno de $-\infty$
- 0.5 c) Determinar el punto de corte de la recta (Δ) y la curva (C) y demostrar que (C) se encuentra
por debajo de la recta (Δ) sobre $\left]-\infty, \frac{1}{2}\right[$ y por encima de (Δ) sobre $\left]\frac{1}{2}, +\infty\right[$
- 0.25 4) a) Demostrar que $y = x$ es una ecuacion de la recta tangente (T) a la curva (C) en el punto O
- 0.25 b) Demostrar que la curva (C) admite un punto de inflexion de abscisa $-\frac{1}{2}$ (No se pide la determinacion de la ordenada de dicho punto)
- 0.75 5) Dibujar las rectas (Δ) y (T) y la curva (C) en el sistema de referencia (O, \vec{i}, \vec{j})
- 1 6) a) Utilizando una integracion por partes, demostrar que $\int_0^1 (2x-1)e^{2x} dx = 1$
- 0.5 b) Calcular, en cm^2 , el area del recinto plano delimitado por la curva (C) y la recta (T) y las rectas de ecuaciones $x=0$ y $x=1$